



UNIVERZITET U NIŠU
FAKULTET ZAŠTITE NA RADU U NIŠU



OSNOVI MAŠINSTVA

- PREZENTACIJA BR. 4 -

Dr Darko Mihajlov, vanr. prof.

SADRŽAJ PREZENTACIJE

- Dejstvo sistema od dve paralelne sile na kruto telo:
 - Dve paralelne sile istog/suprotnog smera i različitog intenziteta;
- Spreg sila:
 - Ekvivalentnost spregova sila;
 - Slaganje spregova sila;
 - Ravnoteža sistema spregova sila.



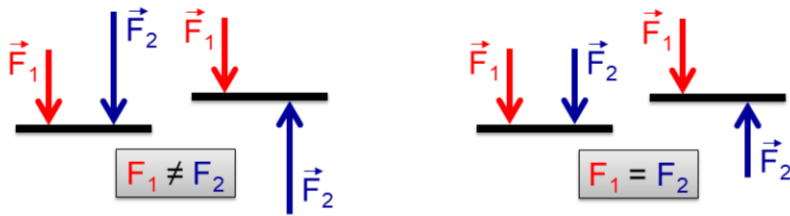
STATIKA

- Dve paralelne sile -

POREĐENJE DVE PARALELNE SILE

Dve sile čije su napadne linije paralelne mogu biti:

- istog ili suprotnog smera i
- istog ili različitog intenziteta.



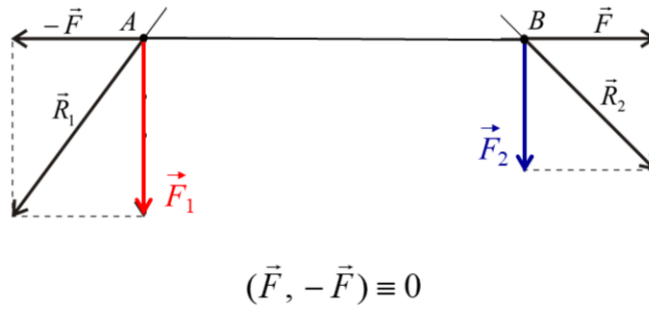
OSNOVI MAŠINSTVA

Dve sile čije su napadne linije **paralelne** i određuju jednu ravan, mogu biti:

- istog ili suprotnog smera i
- istog ili različitog intenziteta.

STATIKA / Dve paralelne sile istog smera i različitog intenziteta

REZULTANTA DVEJU PARALELNIH SILA ISTOG SMERA I RAZLIČITOG INTENZITETA (1/6)



OSNOVI MAŠINSTVA

Paralelne sile F_1 i F_2 napadaju telo u tačkama A i B.

Duž spojne prave AB treba po aksiomi (A3) dodati dve sile $(F, -F) = 0$ koje su prema aksiomi (A2) u ravnoteži, jer su istog intenziteta i suprotnih smerova.

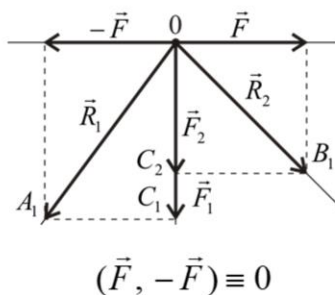
U napadnim tačkama A i B dejstvuju po dve sile : $(F_1, -F)$ u tački A i (F_2, F) u tački B.

Slaganjem sila po pravilu paralelograma sila (A4), dobijaju se rezultante $(F_1, -F) = R_1$ i $(F_2, F) = R_2$, čije se napadne linije seku u tački O.

Rezultante R_1 i R_2 se pomeranjem po napadnim linijama mogu pomeriti tako da napadaju istu tačku O.

STATIKA / Dve paralelne sile istog smera i različitog intenziteta

REZULTANTA DVEJU PARALELNIH SILA ISTOG SMERA I RAZLIČITOG INTENZITETA (2/6)



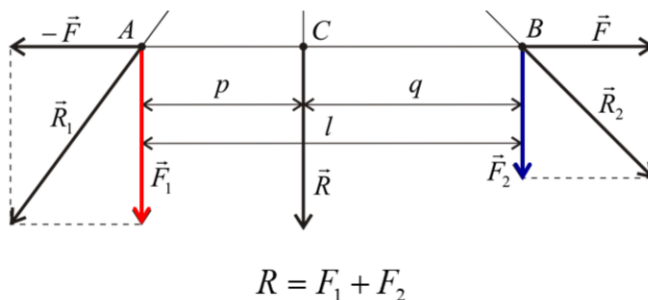
OSNOVI MAŠINSTVA

Rezultante R_1 i R_2 se zatim razlože na komponente u pravcima paralelno zadatim silama i spojne prave AB .

Na taj način se u napadnoj tački O dobijaju sile F_1 i F_2 na istoj napadnoj liniji i istog smera, i sile F i $-F$ koje su u ravnoteži: $(F, -F) = 0$ (A2).

STATIKA / Dve paralelne sile istog smera i različitog intenziteta

REZULTANTA DVEJU PARALELNIH SILA ISTOG SMERA I RAZLIČITOG INTENZITETA (3/6)

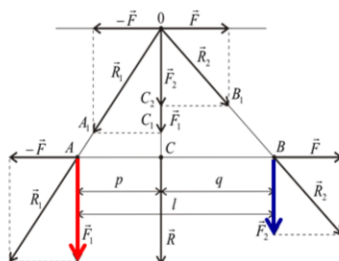


OSNOVI MAŠINSTVA

Rezultanta dveju sila duž iste napadne linije i istog smera jednaka je aritmetičkom zbiru ovih sila $R=F_1+F_2$ i može se pomeriti duž napadne linije tako da joj napadna tačka bude tačka $C \in AB$.

STATIKA / Dve paralelne sile istog smera i različitog intenziteta

REZULTANTA DVEJU PARALELNIH SILA ISTOG SMERA I RAZLIČITOG INTENZITETA (4/6)



$$\left. \begin{aligned} \Delta OAC \approx \Delta OA_1C_1 &\Rightarrow \overline{AC} : \overline{A_1C_1} = \overline{OC} : \overline{OC_1} \Rightarrow \overline{OC} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{OC_1}}{\overline{A_1C_1}} \\ \Delta OBC \approx \Delta OB_1C_2 &\Rightarrow \overline{BC} : \overline{B_1C_2} = \overline{OC} : \overline{OC_2} \Rightarrow \overline{OC} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{OC_2}}{\overline{B_1C_2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

OSNOVI MAŠINSTVA

Položaj tačke C se određuje na osnovu sličnosti odgovarajućih trouglova.

STATIKA / Dve paralelne sile istog smera i različitog intenziteta

REZULTANTA DVEJU PARALELNIH SILA ISTOG SMERA I RAZLIČITOG INTENZITETA (5/6)

$$\Rightarrow \frac{\overline{AC} \cdot \overline{OC_1}}{\overline{A_1C_1}} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{OC_2}}{\overline{B_1C_2}};$$

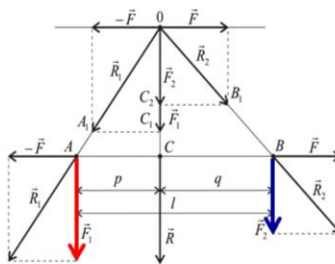
$$\overline{OC_1} = F_1 / u_F;$$

$$\overline{OC_2} = F_2 / u_F;$$

$$\overline{A_1C_1} = \overline{B_1C_2} = F / u_F; \quad \Rightarrow \quad p \cdot F_1 = q \cdot F_2 \quad \vee \quad \frac{p}{F_2} = \frac{q}{F_1}$$

$$\overline{AC} = p;$$

$$\overline{BC} = q;$$



STATIKA / Dve paralelne sile istog smera i različitog intenziteta

REZULTANTA DVEJU PARALELNIH SILA ISTOG SMERA I RAZLIČITOG INTENZITETA (6/6)

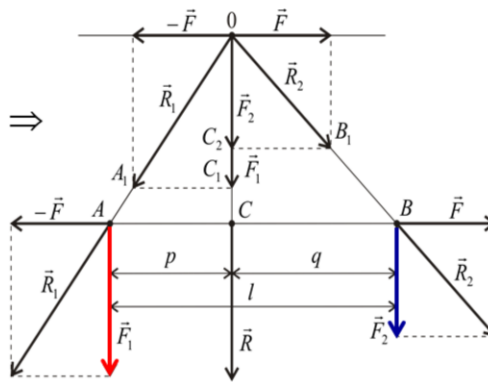
$$F_2 = \frac{p}{q} F_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = F_1 + \frac{p}{q} \cdot F_1 = \frac{l}{q} \cdot F_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{q}{F_1} = \frac{l}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{p}{F_2} = \frac{q}{F_1} = \frac{l}{R}$$

$$R = F_1 + F_2$$



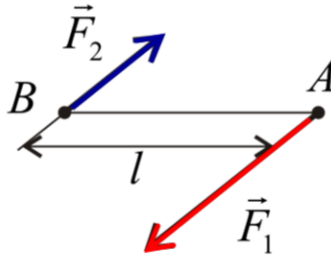
OSNOVI MAŠINSTVA

Rezultanta dveju paralelnih sila istog smera jednaka je po veličini njihovom zbiru, paralelna im je i dejstvuje u istom smeru.

Napadna linija rezultante se nalazi između napadnih linija datih paralelnih sila, bliže napadnoj liniji veće sile i deli spojnu duž napadnih tačaka datih sila obrnuto srazmerno veličinama tih sila: $R = F_1 + F_2$, $p/F_2 = q/F_1 = l/R$.

STATIKA / Dve paralelne sile suprotnog smera i različitog intenziteta

REZULTANTA DVEJU PARALELNIH SILA SUPROTNOG SMERA I RAZLIČITOG INTENZITETA (1/4)

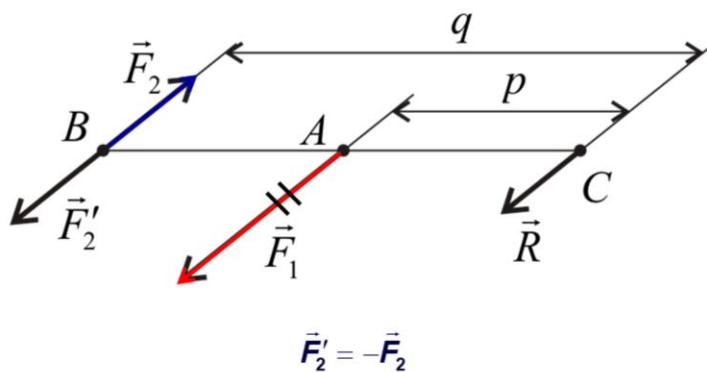


OSNOVI MAŠINSTVA

Date su paralelne sile F_1 i F_2 suprotnog smera, različitih intenziteta ($F_1 > F_2$), koje napadaju telo u tačkama A i B.

STATIKA / Dve paralelne sile suprotnog smera i različitog intenziteta

REZULTANTA DVEJU PARALELNIH SILA SUPROTNOG SMERA I RAZLIČITOG INTENZITETA (2/4)

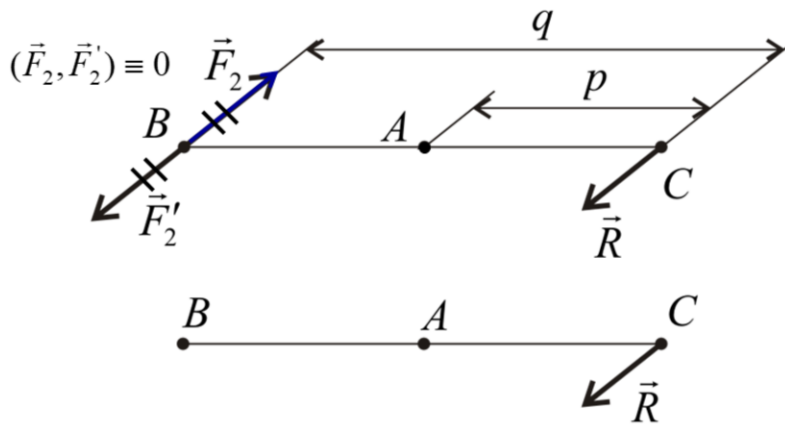


OSNOVI MAŠINSTVA

Na osnovu prethodnog primera, primenom suprotnog postupka, sila F_1 se razlaže na dve paralelne sile istog smera F_2' i R , od kojih je $F_2' = -F_2$ i dejstvuje u napadnoj tački B.

STATIKA / Dve paralelne sile suprotnog smera i različitog intenziteta

REZULTANTA DVEJU PARALELNIH SILA SUPROTNOG SMERA I RAZLIČITOG INTENZITETA (3/4)



OSNOVI MAŠINSTVA

Sile koje napadaju tačku B su prema aksiomu (A2) u ravnoteži: $(F_2, F'_2) = 0$ i mogu se ukloniti na osnovu aksiome (A3).

Tada ostaje samo jedna sila – rezultanta datih sila, koja je po intenzitetu jednaka razlici datih sila i dejstvuje u napadnoj tački C.

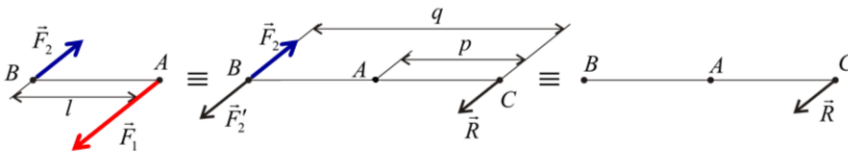
STATIKA / Dve paralelne sile suprotnog smera i različitog intenziteta

REZULTANTA DVEJU PARALELNIH SILA SUPROTNOG SMERA I RAZLIČITOG INTENZITETA (4/4)

$$(\vec{F}_1) \equiv (\vec{F}_2', \vec{R}); \quad F_2' = F_2; \quad F_1 = F_2' + R \Rightarrow R = F_1 - F_2'; \quad R = F_1 - F_2$$

$$F_2 \cdot BC = F_1 \cdot AC; \quad BC = q; \quad AC = p;$$

$$F_2 \cdot q = F_1 \cdot p \quad \vee \quad \frac{q}{F_1} = \frac{p}{F_2} = \frac{l}{R}; \quad R = F_1 - F_2.$$



OSNOVI MAŠINSTVA

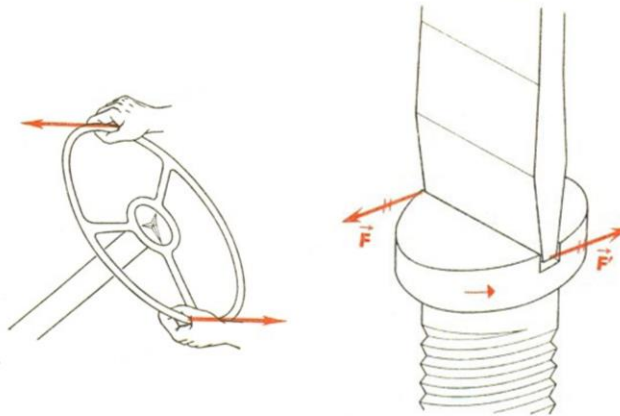
Rezime:

- Rezultanta dveju paralelnih sila različitih intenziteta i suprotnih smerova jednaka je po intenzitetu njihovoj razlici, paralelna im je i ima smer veće sile.
- Napadna linija rezultante je izvan napadnih linija datih sila, bliže većoj sili i deli duž napadnih linija obrnuto srazmerno intenzitetima tih sila: $R = F_1 - F_2$ i $p/F_2 = q/F_1 = l/R$.

STATIKA

- Spreg sila -

SPREG SILA (1/6)



OSNOVI MAŠINSTVA

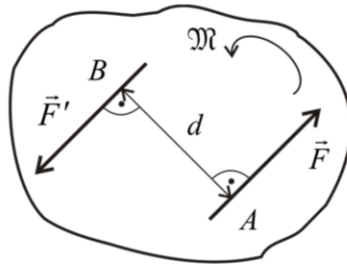
Spreg sila obrazuju dve paralelne sile jednakih intenziteta i suprotnih smerova.

STATIKA

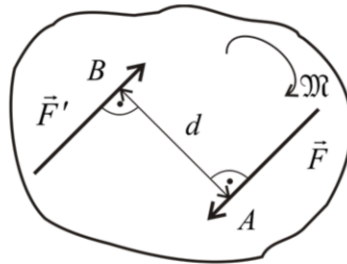
- Spreg sila -

SPREG SILA (2/6)

Spreg sila $\vec{M}$ - *slobodan vektor*



$$M = +F \cdot d$$



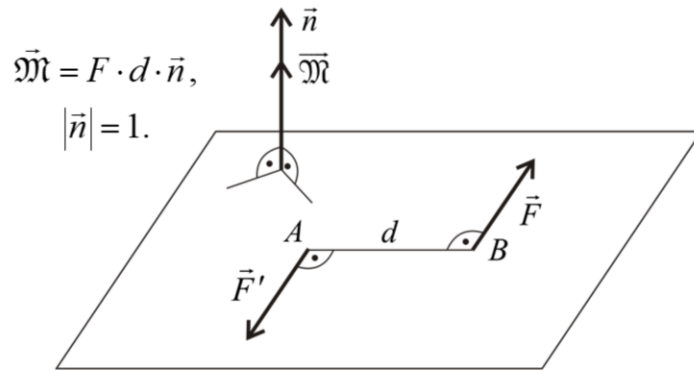
$$M = -F \cdot d$$

OSNOVI MAŠINSTVA

Spreg sila je *slobodan vektor* čiji je **intenzitet** (moment sprega sila) M jednak proizvodu jedne sile i najkraćeg rastojanja između napadnih linija paralelnih sila.

STATIKA - Spreg sila -

SPREG SILA (3/6)

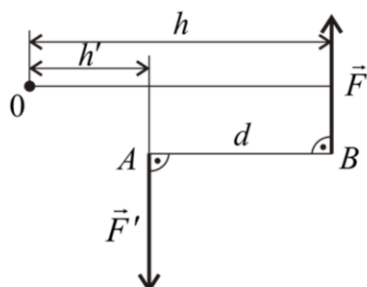


OSNOVI MAŠINSTVA

Vektor sprega sila ima **pravac** normale na ravan u kojoj dejstvuju sile i pozitivnog je ili negativnog **smera** u zavisnosti od smera obrtnog dejstva sile.

STATIKA - Spreg sila -

Moment sprega sila (4/6)



$$M_0(\vec{F}) = Fh = F(h' + d) \quad (\text{a})$$

$$M_0(\vec{F}') = -F'h' = -Fh' \quad (\text{b})$$

$$\begin{aligned} (\text{a}) + (\text{b}) &\Rightarrow M_0(\vec{F}) + M_0(\vec{F}') = \\ &= Fh - Fh' = \\ &= F(h' + d) - Fh' = \\ &= Fd = \mathfrak{M} \end{aligned}$$

$$M_0(\vec{F}) + M_0(\vec{F}') = Fd = \mathfrak{M}$$

OSNOVI MAŠINSTVA

Sile F i F' čine spreg sila.

Moment sile F za proizvoljno izabranu tačku 0 u ravni dejstva sila ima pozitivan matematički smer: izraz (a)

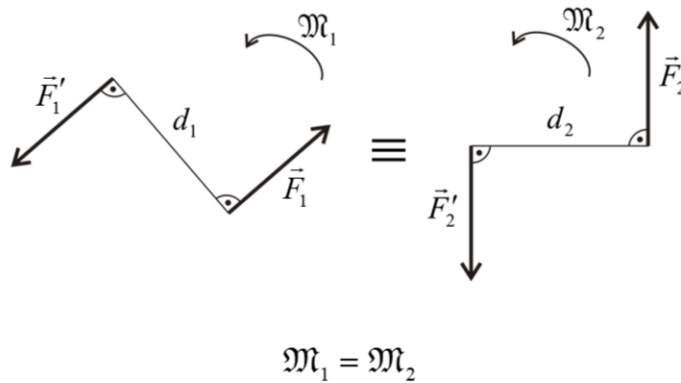
Moment sile F' za proizvoljno izabranu tačku 0 u ravni dejstva sila ima negativan matematički smer: izraz (b)

Poslednji izraz pokazuje da je algebarski zbir momenata sila sprega za momentnu tačku u ravni dejstva sila jednak momentu sprega sila, tj., moment sprega sila ne zavisi od izbora momentne tačke u ravni njegovog dejstva.

STATIKA

- Spreg sila -

Ekvivalentnost spregova sila (5/6)



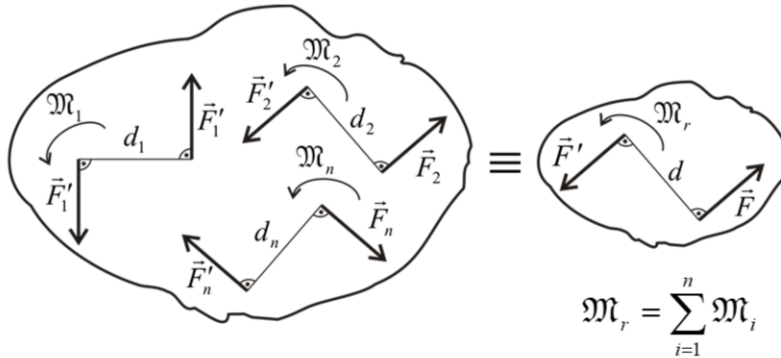
OSNOVI MAŠINSTVA

Dejstvo sprega sila na telo se ne menja ako se dati spreg sila zameni drugim spregom ma gde u njegovoj ravni tako da se smer obrtanja i proizvod sile i kraka ne promene, odnosno, dva sprega sila koji dejstvuju u istoj ravni su međusobno ekvivalentna **ako imaju jednake momente**.

STATIKA

- Sistem spregova sila u ravni -

Slaganje spregova sila (6/6)



**Uslov ravnoteže sistema
spregova sila u ravni:**

$$\mathcal{M}_r = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n \mathcal{M}_i = 0$$

OSNOVI MAŠINSTVA

Sistem spregova sila u ravni se može zameniti jednim rezultujućim spregom koji leži u istoj ravni i ima moment jednak algebarskom zbiru momenata datih spregova.

Za ravnotežu sistema spregova sila u ravni je potrebno i dovoljno da je moment rezultujućeg sprega sila jednak nuli, tj. da je algebarski zbir momenata svih spregova sila jednak nuli.

Kontrolna pitanja 4



1. Objasniti postupak slaganja dveju paralelnih sila istog smera i različitih intenziteta.
2. Objasniti postupak slaganja dveju paralelnih sila suprotnog smera i različitih intenziteta.
3. Objasniti spreg sila.
4. Objasniti moment sprega sila.
5. Kada su dva sprega sila ekvivalenta?
6. Kada je sistem spregova sila u ravnoteži?